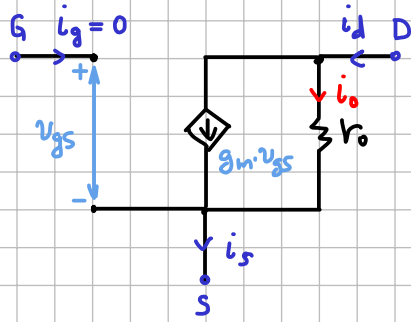


# Модел MOS транзистора за мале сигнале:

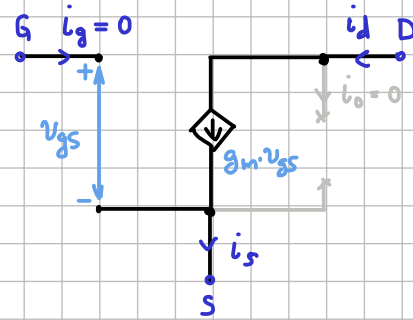


Са Ерлијевим ефектом

$$r_o < \infty \quad (V_A < \infty)$$

$$i_d = g_m \cdot v_{gs} + i_o = i_s$$

$$i_g = 0$$



Без Ерлијевог ефекта

$$r_o \rightarrow \infty \quad (V_A \rightarrow \infty)$$

$$i_d = g_m \cdot v_{gs} = i_s$$

$$i_g = 0$$

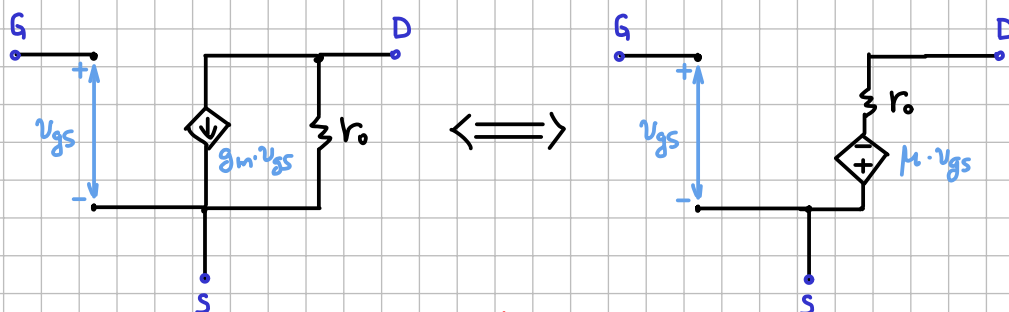
Параметри модела: (добивају се DC анализом)

$$g_m = \frac{2I_D}{V_{ov}} = 2A V_{ov} = 2\sqrt{AI_D} \quad \text{- транскондуктанса} \quad \left( \begin{array}{l} V_{ov} = V_{GS} - V_{TH} \rightarrow \text{NMOS} \\ V_{ov} = V_{SG} - |V_{TH}| \rightarrow \text{PMOS} \\ I_D = A \cdot V_{ov}^2 \end{array} \right)$$

$$r_o = \frac{V_A + V_{ov}}{I_D} \approx \frac{V_A}{I_D} \quad \text{- (динамичка) отпорност споја колектор-емитер} \quad (V_A \gg V_{ov})$$

$$\mu = g_m \cdot r_o \quad \text{- фактор напонског појачања}$$

Идеја: Ако се узме у обзир Ерлијев ефекат, реални струјни генератор кога чине контролисани генератор  $g_m \cdot v_{gs}$  и отпорност  $r_o$  може се трансформисати у еквивалентни реални напонски генератор чији је напон једнак:  $r_o \cdot (g_m \cdot v_{gs}) = \mu \cdot v_{gs}$  У неким случајевима, лакше је користити тај модел:



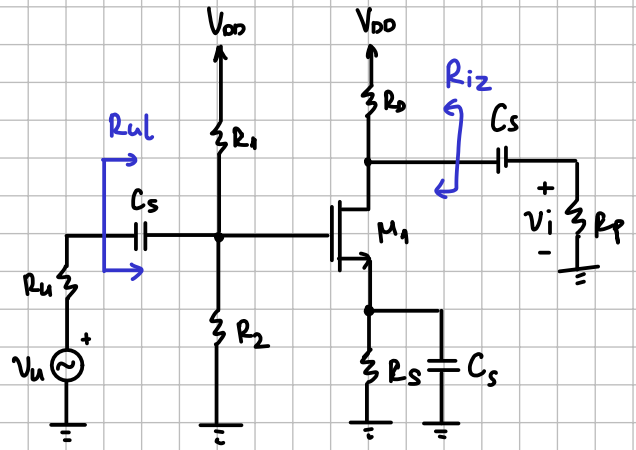
$$r_o \not\rightarrow \infty !$$

1. За појачавач са слике одредити изразе за:

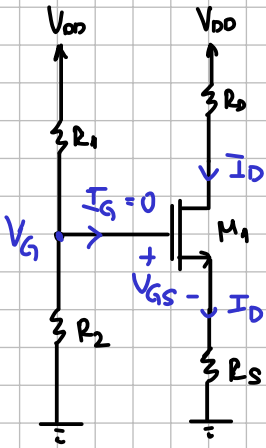
- Параметре за мале сигнале транзистора
- Напонско појачање
- Улазну и излазну отпорност.

$$C_S \rightarrow \infty$$

$$V_A \rightarrow \infty$$



a) DC:



$$V_{ov} = ? \Rightarrow V_{GS} = ?$$

$$V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD} = \dots$$

$$V_G = V_{GS} + R_S \cdot I_D = V_{GS} + R_S \cdot A \cdot (V_{GS} - V_{TH})^2$$

$$V_{ov} = V_{GS} - V_{TH} \Rightarrow V_{GS} = V_{ov} + V_{TH}$$

$$V_G = V_{ov} + V_{TH} + A \cdot R_S \cdot V_{ov}^2$$

$$A R_S \cdot V_{ov}^2 + V_{ov} - (V_G - V_{TH}) = 0$$

$$V_{ov} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot A R_S \cdot (V_G - V_{TH})}}{2 \cdot A R_S}$$

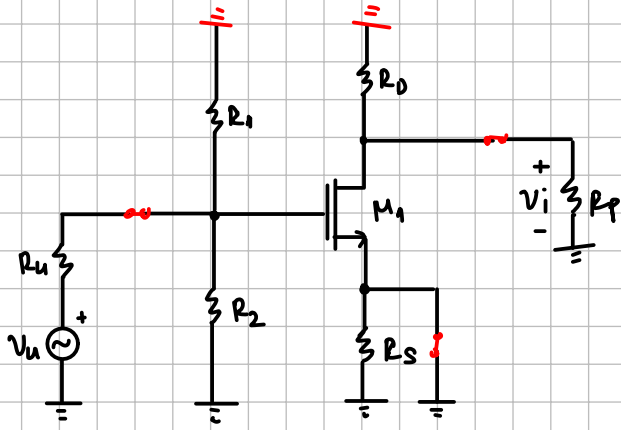
$\Rightarrow V_{ov} > 0$   
узламано "+"

$$V_{ov} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \cdot A R_S \cdot (V_G - V_{TH})}}{2 \cdot A R_S} = \dots$$

$$g_m = 2A V_{ov} = \dots \quad V_A \rightarrow \infty \Rightarrow V_o \rightarrow \infty$$

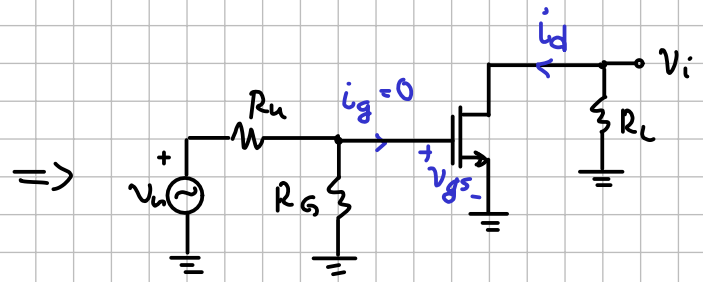
g)  $A_n = ?$

AC:



$$R_L = R_D \parallel R_P$$

$$R_G = R_1 \parallel R_2$$



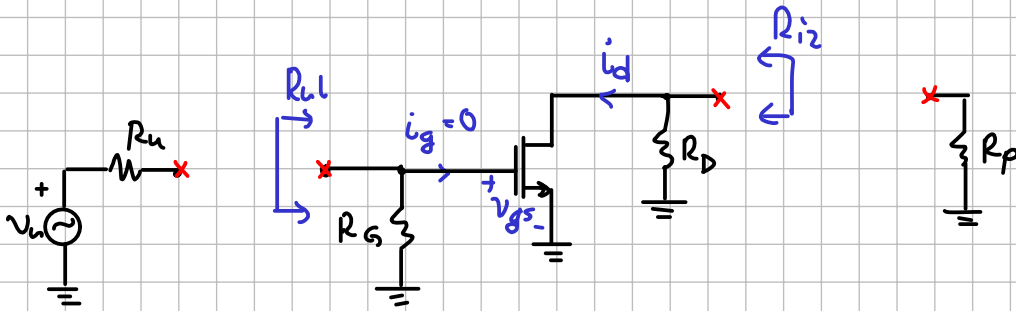
$$i_d = \frac{0 - v_i}{R_L} \Rightarrow \frac{v_i}{i_d} = -R_L$$

$$\frac{i_d}{v_{gs}} = g_m$$

$$i_g = 0 \Rightarrow v_{gs} = \frac{R_G}{R_G + R_u} v_u$$

$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = \frac{v_i}{i_d} \cdot \frac{i_d}{v_{gs}} \cdot \frac{v_{gs}}{v_u} = -R_L \cdot g_m \cdot \frac{R_G}{R_G + R_u} = \dots$$

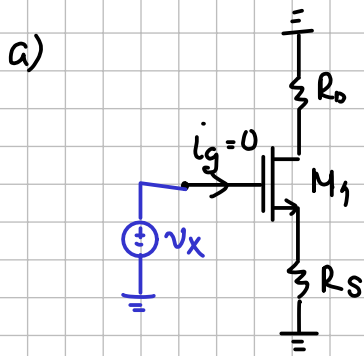
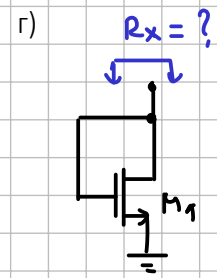
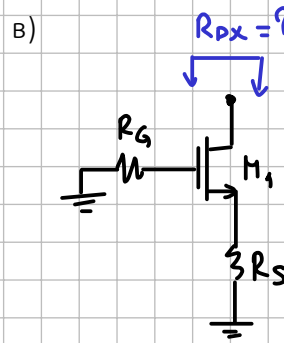
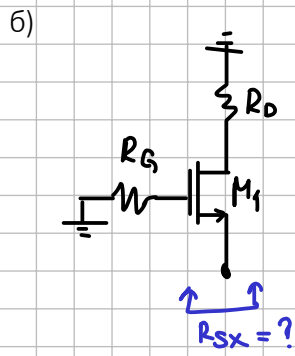
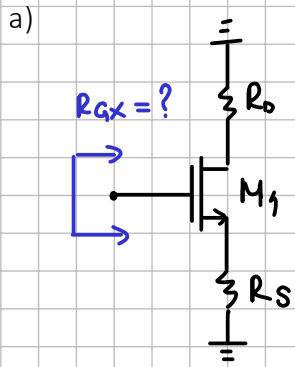
B)  $R_{ul}, R_{iz} = ?$



$$i_g = 0 \Rightarrow R_{ul} = R_G = \dots$$

$$v_{gs} = -R_G \cdot i_g = 0 \Rightarrow i_d = g_m \cdot v_{gs} = 0 \Rightarrow R_{iz} = R_D = \dots$$

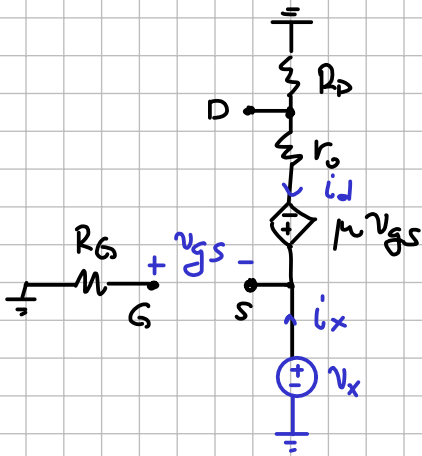
2. Одредити изразе за еквивалентне импедансе за мале сигнале у следећим колима, са и без Ерлијевог ефекта.



$$i_g = 0$$

$$R_{GX} = \frac{v_x}{i_g} = \infty$$

д)



$r_o < \infty$

$$R_{SX} = \frac{v_x}{i_x}$$

$$v_x = \mu v_{gs} - r_o \cdot i_d - R_D \cdot i_d$$

$$v_{gs} = -v_x$$

$$i_d = -i_x$$

$$v_x = -\mu \cdot v_x + r_o \cdot i_x + R_D \cdot i_x$$

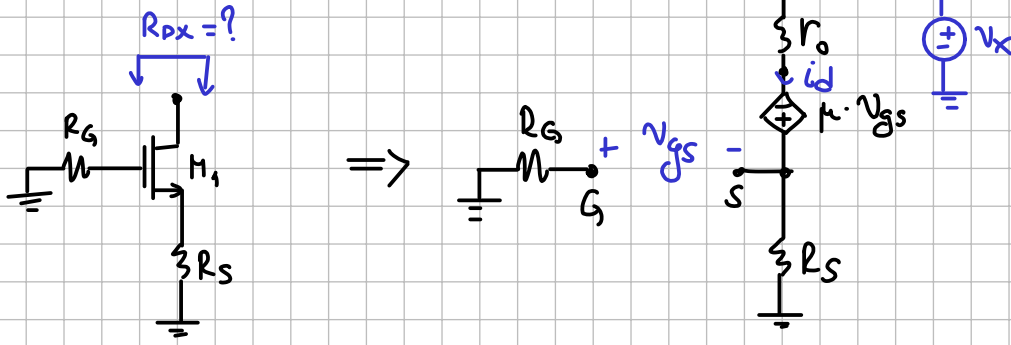
$$(\mu + 1) \cdot v_x = (R_D + r_o) \cdot i_x$$

$$R_{SX} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{R_D + r_o}{\mu + 1}$$

$r_o \rightarrow \infty$

$$R_{SX} = \frac{R_D + r_o}{g_m r_o + 1} = \frac{\cancel{r_o} \left( \frac{R_D}{\cancel{r_o}} + 1 \right)}{\cancel{r_o} \left( g_m + \frac{1}{\cancel{r_o}} \right)} = \frac{1}{g_m} \Rightarrow R_{SX} = \frac{1}{g_m}$$

b)  $r_o < \infty$



$$R_{Dx} = \frac{v_x}{i_x}, \quad i_d = i_x,$$

$$v_x = r_o \cdot i_x - \mu \cdot v_{gs} + R_S \cdot i_x$$

$$v_{gs} = v_g - v_s = 0 - R_S \cdot i_x = -R_S \cdot i_x$$

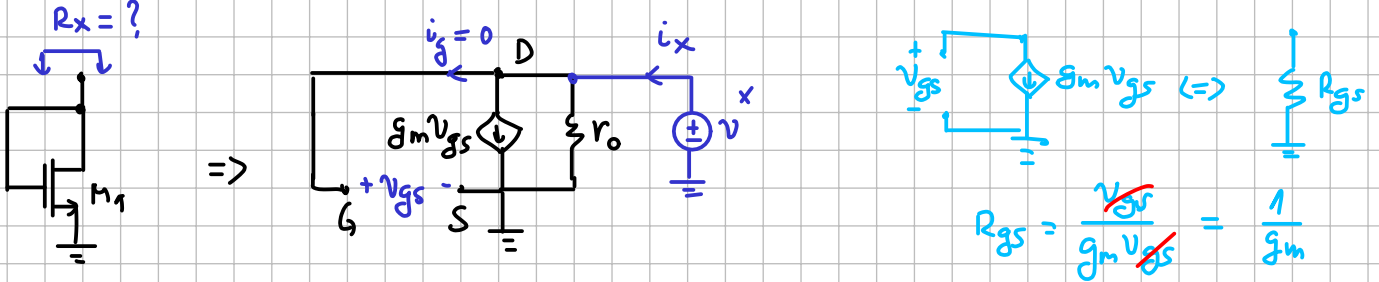
$$v_x = r_o \cdot i_x + \mu \cdot R_S \cdot i_x + R_S \cdot i_x = (r_o + R_S + \mu \cdot R_S) \cdot i_x$$

$$R_{Dx} = \frac{v_x}{i_x} = r_o + (\mu + 1) \cdot R_S$$

$r_o \rightarrow \infty$

$$R_{Dx} = \infty$$

c)  $R_x = ?$



$r_o < \infty$

$$\left. \begin{aligned} i_x &= g_m v_{gs} + \frac{v_x}{r_o} \\ v_{gs} &= v_x \end{aligned} \right\} i_x = \left( g_m + \frac{1}{r_o} \right) \cdot v_x \Rightarrow$$

$$R_x = \frac{v_x}{i_x} = \frac{1}{g_m + \frac{1}{r_o}} = \frac{1}{g_m} \parallel r_o$$

$r_o \rightarrow \infty$

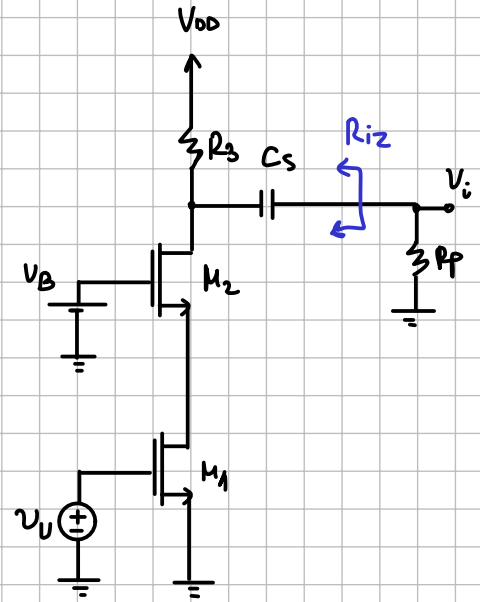
$$R_x = \frac{1}{g_m} \parallel r_o \underset{r_o \rightarrow \infty}{=} \frac{1}{g_m}$$

3. За појачавач са слике одредити:

- a) Параметре за мале сигнале транзистора
- б) Напонско појачање
- в) Излазну отпорност.

Улазни напон има једносмерну компоненту -  $V_U$   
 Узети у обзир и Ерлијев ефекат.

$$C_S \rightarrow \infty$$



a) DC:

$$g_{m1}, g_{m2}, r_{o1}, r_{o2} = ?$$

$$V_{GS1} = V_U$$

$$V_{OV1} = V_{GS1} - V_{TH1} = V_U - V_{TH1}$$

$$g_{m1} = 2A_1 \cdot V_{OV1} = \dots$$

$$I_{D1} = A_1 \cdot V_{OV1}^2 = \dots$$

$$r_{o1} = \frac{V_{A1}}{I_{D1}} = \dots$$

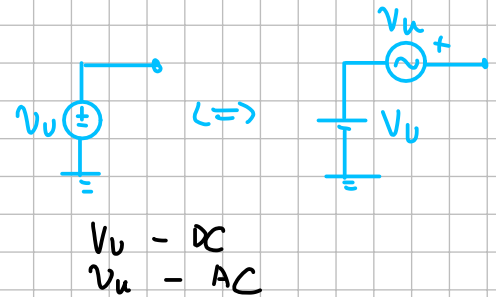
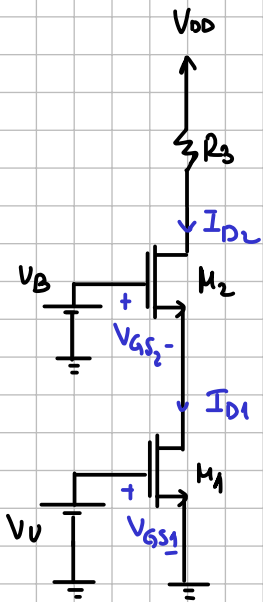
$$I_{D2} = I_{D1} = \dots$$

$$I_{D2} = A_2 (V_{GS2} - V_{TH2})^2 \Rightarrow V_{GS2} = V_{TH2} + \sqrt{\frac{I_{D2}}{A_2}}$$

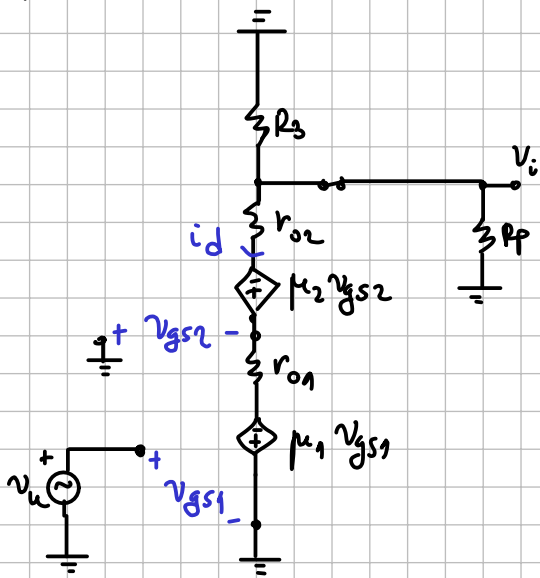
$$V_{OV2} = V_{GS2} - V_{TH2} = \sqrt{\frac{I_{D2}}{A_2}} = \dots$$

$$g_{m2} = 2A_2 V_{OV2} = \dots$$

$$r_{o2} = \frac{V_{A2}}{I_{D2}} = \dots$$



5) AC:



$$A_n = \frac{v_i}{v_u}$$

$$1) v_i = -(R_3 \parallel R_p) \cdot i_d$$

$$2) v_i = r_{o2} \cdot i_d - \mu_2 v_{gs2} + r_{o1} \cdot i_d - \mu_1 v_{gs1}$$

$$3) v_{gs1} = v_u$$

$$4) \mu_1 \cdot i_d - \mu_1 v_{gs1} = -v_{gs2}$$

$$v_{gs2} = \mu_1 v_u - r_{o1} \cdot i_d$$

$$v_i = (r_{o1} + r_{o2}) \cdot i_d - \mu_1 v_u - \mu_2 (\mu_1 v_u - r_{o1} i_d)$$

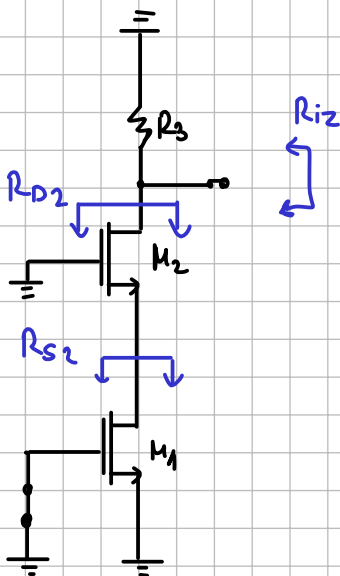
$$v_i = (r_{o1} + r_{o2} + \mu_1 \mu_2 r_{o1}) \cdot i_d - (\mu_1 + \mu_1 \mu_2) \cdot v_u$$

$$= (r_{o1} + r_{o2} + \mu_1 \mu_2 r_{o1}) \frac{v_i}{-(R_3 \parallel R_p)} - \mu_1 (\mu_2 + 1) \cdot v_u$$

$$v_i \left( 1 + \frac{r_{o1} + r_{o2} + \mu_1 \mu_2 r_{o1}}{R_3 \parallel R_p} \right) = -\mu_1 (\mu_2 + 1) \cdot v_u$$

$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = - \frac{\mu_1 (\mu_2 + 1)}{1 + \frac{r_{o1} + r_{o2} + \mu_1 \mu_2 r_{o1}}{R_3 \parallel R_p}} = \dots$$

6)  $R_{iz} = ?$



$$R_{iz} = R_3 \parallel R_{02}$$

$$R_{02} = r_{o2} + (\mu_2 + 1) \cdot R_{s2}$$

$$R_{s2} = r_{o1}$$

$$R_{iz} = R_3 \parallel \left[ r_{o2} + (\mu_2 + 1) \cdot r_{o1} \right] = \dots$$

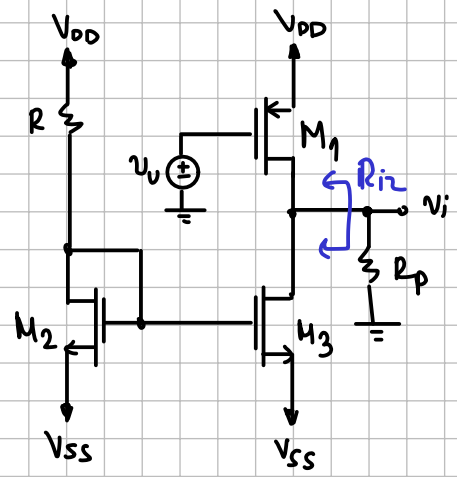
5. За појачавач са слике одредити:

- a) DC компоненту улазног напона тако да DC струја кроз потрошач буде једнака 0
- б) Параметре за мале сигнале транзистора
- в) Напонско појачање
- г) Излазну отпорност

Уzeti у обзир и Ерлијев ефекат.

$$V_{THn} = |V_{THp}| = V_{TH}$$

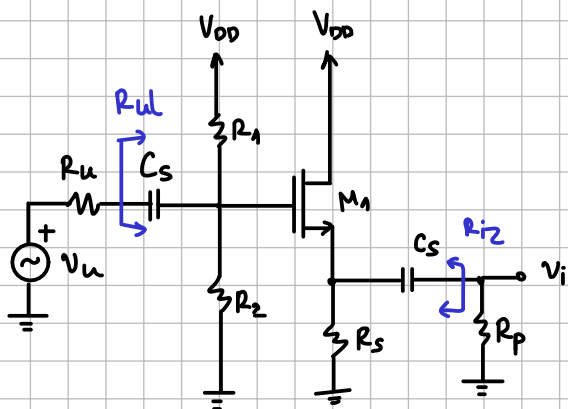
$$V_{SS} = -V_{DD}$$



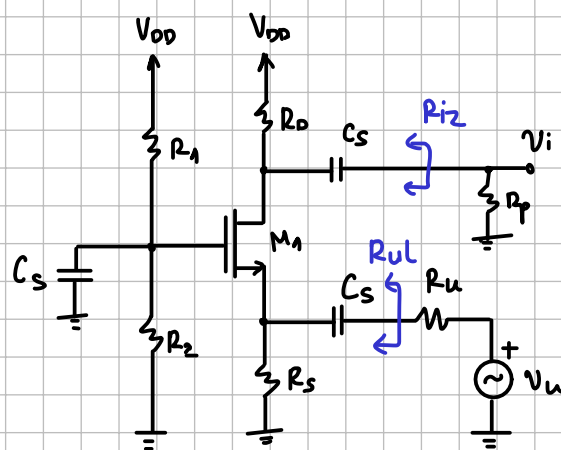


За вежбу: У следећим колима одредити параметре за мале сигнале свих транзистора, напонско појачање и улазне и излазне отпорности (ако су назначене).

1. Узети у обзир Ерлијев ефекат:

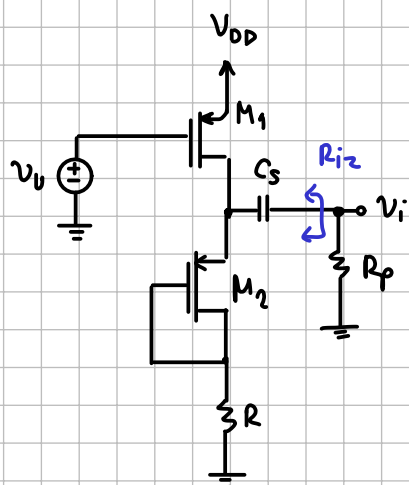


2. Занемарити Ерлијев ефекат:



3. Узети у обзир Ерлијев ефекат.

Улазни напон има једносмерну компоненту -  $V_u$



4. Занемарити Ерлијев ефекат.

Улазни напон има једносмерну компоненту -  $V_u$

